

## ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ - ΣΥΝΕΧΕΙΑ

ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup> (Η ύπαρξη μερικών παραγώγων  $\nRightarrow$  την ύπαρξη συνέχειας)

Έστω η συνάρτηση

$$f(x,y) = \begin{cases} 0, & x \cdot y \neq 0 \\ 1, & x \cdot y = 0 \end{cases}$$

i) Να βρεθεί το όριο της  $f$  καθώς το  $(x,y)$  εφίεται στο  $(0,0)$  κατά μήκος της  $(\varepsilon): y=x$

ii) ΝΑΟ η  $f$  συνεχής στο  $(0,0)$

iii) ΝΑΟ οι  $\frac{\partial f}{\partial x}$  και  $\frac{\partial f}{\partial y}$  υπάρχουν στο  $(0,0)$

ΛΥΣΗ

i) Η  $f$  μηδενίζεται κατά μήκος της  $(\varepsilon): y=x$  εντός όποιου και αν αρχή των αξόνων

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} 0 = 0$$

ii) Αφού  $f(0,0) = 1$  και  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = 0$  προφανώς δεν ισχύει

ο ορισμός συνέχειας της  $f$  στο  $(0,0)$

έτσι η  $f$  ασυνεχής στο  $(0,0)$

iii)  $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ : αν κρατήσουμε σταθερά  $y$  συν

μη  $y=0$  τότε  $f(x,y) = 1$  για κάθε  $x$

Ενώ η καύση της ευθείας  $y=1$  για κάθε  $x$

είναι  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$  και ειδικότερα  $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$

ομοίως, κρατώντας σταθερά  $x$  και  $y$   $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$